化学天秤の感度曲線に関する総合的研究

冲　永　荘　一
関　根　章　雄

目　次

緒　言

現在，化学天秤は物理学実験においても，否，化学実験においても定量分析（1,3,7,8,9,10）微量分析（5,11,13）においても大変良く用いられる計器である。しかるに，この方面に関する総合的研究は今だに詳しくなされていない状態である。ここに注目をして筆者は過去のデーター（8,10,11）に検討を加えた結果，一応の成績が得られたので，ここに纏めて報告する次第である。

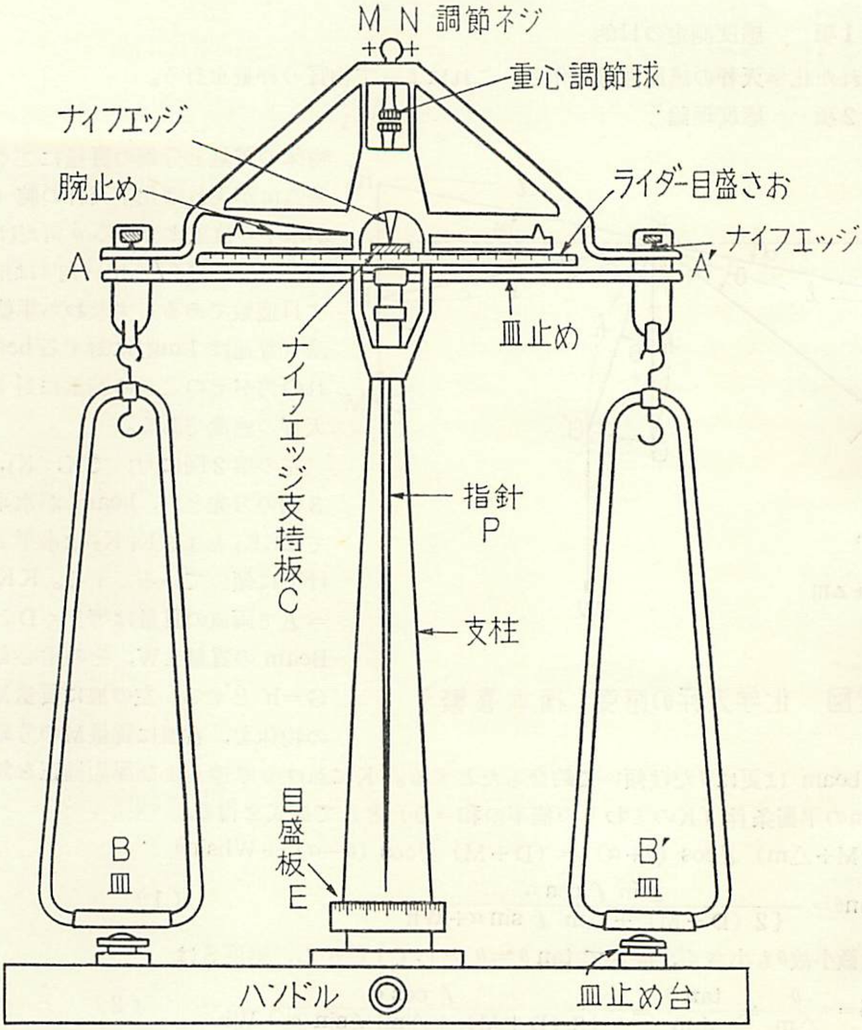
第1章　化学天秤の構造及び理論

第1節　化学天秤の構造

化学天秤は分析化学において必要欠くべからざる用具で，その形式はいろいろあるが，いずれもテコの理と振子の理とを応用した点においては変りはない。（11,16,17,19,20,21,22）

分析に用いられる普通の化学天秤は，はかりうる最大量は200gまたは100gで，0.1gまで正確にはかることができる。その構造は製造者（筆者は内田洋行製を用いた）によって多少の差異はあるが，その主要部を理解しやすく図示すると，次頁の第1図のようである。（7）

すなわち中央に支柱があって，これに左右同長のさを（腕ともいう）AA′がささえられ，その左右両端には分銅およびはかるべき物体を載せる重さの等しい皿B，B′がかけてある。さおの中央の支点Cおよび左右の皿のかけてある支持点には鋼製の鋭い刃形（ナイフエッジ）が，はめ込んであって，その刃先はメノウ製の平面板と接触するようになっている。（7）



第1図　化学天秤の構造説明図（阿藤　質）

化学天秤を使用しないときは，さおは腕止め，皿は皿止めでささえられているので，刃形はメノウ板と離れて休止している。使用する時には，前面（横面についている場合もある）にあるハンドルを回転する。そうすると台の下にあるクランクまたはカムの作用により，腕止め，皿止めが押し下げられるので，さおもおのの刃形でささえられ，さおは左右に振動するようになる。その振動の様子は中央にある支持板の下にある指針Pが目盛板Eの前面を左右に動く度合によって知ることが出来る。

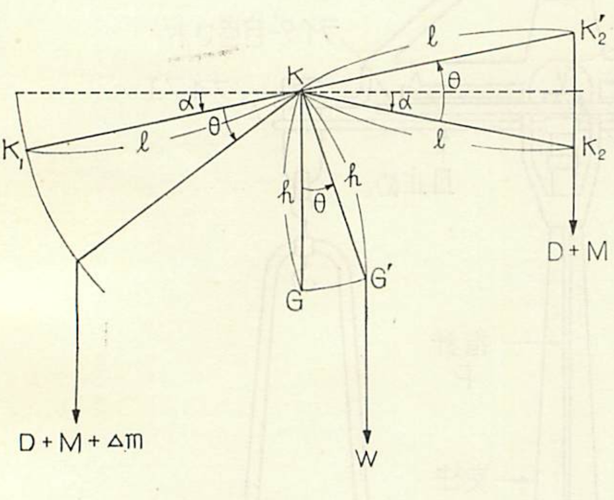
なお，さおの上にはライダー目盛さおがあるから，その上の適当な位置に，白金製のライダー（乗子）をおいて，つりあいの細かい調節をする。

第２節　化学天秤の感度及びその理論

第１項　感度測定の目的

与えられた化学天秤の感度曲線を作り，これによって物質の秤量を行う。

第２項　感度理論



第2図　化学天秤の感度（福本喜繁）

物体の質量と分銅の質量にごく僅かの差△mがあれば化学天秤の腕（beam）が水平の位置よりある θ 角だけ傾いて釣合う。この θ/△m（角 θ は指針の示す目盛数である）すなわち単位の質量差（普通は１mg)に対するbeamの振れの角がそのときの荷重に対する化学天秤の感度である。

左の第２図においてK，K_1，K_2 を３個の刃先とし，beamが水平の状態では KK_1 および K_1K_2 は水平より α だけ下に傾いているとする。$KK_1=KK_2=\ell$ で両皿の質量は等しくDとする。Beamの質量をW，その重心をG，KG＝h とする。左の皿に質量M＋△mの物体を，右皿に質量Mの分銅をのせたとき，beamは更に θ だけ傾いて釣合ったとする。Kにおける摩擦および浮力補正を無視すれば，beamの平衡条件（Kのまわりの能率の和＝０）として次式を得る。

$$(D+M+\triangle m)\,\ell\cos(\theta+\alpha)=(D+M)\,\ell\cos(\theta-\alpha)+Wh\sin\theta$$

$$\tan\theta=\frac{\triangle m\ \ell\cos\alpha}{\{2(D+M)+\triangle m\}\,\ell\sin\alpha+Wh}\qquad(1)$$

△mは微小故 θ も小さく，従って $\tan\theta\fallingdotseq\theta$ としてよいから，感度Sは

$$S=\frac{\theta}{\triangle m}\fallingdotseq\frac{\tan\theta}{\triangle m}=\frac{\ell\cos\alpha}{\{2(D+M)+\triangle m\}\,\ell\sin\alpha+Wh}\qquad(2)$$

この式よりSは化学天秤の構造による勿論Mにも関係する。

しかし，K，K_1，K_2 が一直線上にあるときは $\alpha=0$ であるから，

$$S=\frac{\ell}{Wh}$$

となってSはMに関係なく化学天秤の構造だけできまる。角 θ は指針の示す目盛数である。(11)

第２章　実験材料及び実験方法

第１節　実験材料

化学天秤数台（いずれも内田洋行製），分銅（同じく内田洋行製）

実験場所は帝京商工高等学校工業化学科化学実験室で，昭和40年７月27日，同年８月３日，８日，11日，13日，19日いずれも１日中 9.30～16.00までの間に実施した。

第2節　実 験 方 法

あらかじめ実験を始める前に各化学天秤に1号，2号，3号，4号，5号，6号と番号をうって各々区別した。このうち3号天秤のデーターを紹介することにする。

第1項　操　作

1）まず化学天秤の水準器によって天秤自身が水平の位置にあるかどうか及び重心の位置の調節を行った。

2）次に0点（Zero Point）後述の測定をした。

第2項　操作手順

1. まず化学天秤の両皿を空にして指針（P 225の第1図参照）の静止点を求める。ハンドルを回わしてから始めの2～3回の振れは捨て4回目からのを採った。読みは右3回，左2回とした。（1，12）

data. 1.　　静 止 点（零 点）

備考．両皿を空にして測定した場合の静止点のことを零点（Zero Point）と言う。

	左	右
		+ 9.8
	−10.0	
		+ 9.2
	− 9.2	
		+ 8.5
	2) −19.2	3) +27.5
平 均	− 9.6	+ 9.17

　　− 9.6
　　+ 9.17

再平均　2) − 0.43
　　　　　− 0.215（零 点）

2. 一方に1mgの分銅をのせて静止点を求める。振れの読みは1と同様にした。

data. 2.

左皿に1mg 分銅をのせた場合

左	右
	+ 8.8
− 4.8	
	+ 8.3
− 3.9	
	+ 7.9

$$2\overline{)\,-8.7\,} \quad -4.35 \qquad 3\overline{)\,+25.0\,} \quad +8.3$$

$$\begin{array}{r} -4.35 \\ +8.3 \\ \hline 2\overline{)\,+3.95\,} \\ +1.98 \end{array}$$

左感度 $S_0^l = -1.98 - (-0.215)$

$= 2.195$ 目盛/(mg)

右皿に1mg 分銅をのせた場合

左	右
	+1.5
−6.2	
	+1.2
−6.0	
	+1.0

$$2\overline{)\,-12.2\,} \quad -6.1 \qquad 3\overline{)\,+3.7\,} \quad +1.23$$

$$\begin{array}{r} -6.1 \\ +1.23 \\ \hline 2\overline{)\,-4.87\,} \\ -2\ 44 \end{array}$$

右感度 $S_0^r = -0.215 - (-2.44)$

$= 2.225$ 目盛/(mg)

$$\begin{array}{r} 2.195 \\ 2.225 \\ \hline 2\overline{)\,4.420\,} \\ 2.210 \end{array}$$

平均感度 S_0 = 2.210

平均感度 $S_0 = 2.210$ 目盛/(mg)

3. 再び両皿を空にしてから新たに左皿，右皿に各々5gの分銅をのせて静止点を求める。指針の振れ始めの2〜3回の読みは例によって捨て，4回からのを採った。この際，両皿を空にしたときの零点と大きなくい違いを生じないために，ライダーで調節した。但し，その場合，静止点を−0.20〜−0.25までの範囲にあるようにした。

4. 更に前（操作手順2）と同様に一方の皿に1mgの過剰荷重を加えてこの時の静止点を求める。指針の読み取りは前の3と同様な方法で行った。

data. 3.

左	右
	+ 6.0
− 6.2	
	+ 5.6
− 5.8	
	+ 5.2

$$\frac{-12.0}{2} = -6.0 \qquad \frac{+16.8}{3} = +5.6$$

平　均
$$-6.0 + 5.6 = -0.4$$

再平均
$$\frac{-0.4}{2} = -0.2$$ （静止点）

data. 4.

左皿に 1mg の過剰荷重(1mg の分銅)を加えた場合

左	右
	+ 4.8
−0.5	
	+ 4.6
−0.3	
	+ 4.5

$$\frac{-0.8}{2} = -0.4 \qquad \frac{+13.9}{3} = +4.63$$

$$\frac{-0.4 + 4.63}{2} = \frac{+4.23}{2} = +2.12$$

左感度 $S_5^{\ell} = +2.12 - (-0.2)$

$= 2.32$ 目盛/(mg)

右皿に 1mg の過剰荷重（1mg の分銅）を加えた場合

左	右
	+ 2.5
− 7.2	
	+ 2.2
− 7.0	
	+ 2.0

$$\frac{-14.2}{2} = -7.1 \qquad \frac{+6.7}{3} = +2.25$$

$$\frac{-7.1 + 2.25}{2} = \frac{-4.85}{2} = -2.43$$

右感度 $S_5^{r} = -0.2 - (-2.43)$

$= 2.23$ 目盛/(mg)

$$\frac{2.32 + 2.23}{2} = \frac{4.55}{2}$$

平均感度 $S_5 = 2.275$

平均感度 $S_5 = 2.275$ 目盛/(mg)

5. 分銅を取り除いて零点の再チェックをやった。

data. 5.

左	右
	+ 9.8
−10.2	
	+ 9.5
−10.0	
	+ 9.0

$$2\,\overline{)\,-20.2\,} \quad -10.1 \qquad\qquad 3\,\overline{)\,+28.3\,} \quad +9.43$$

$$\begin{array}{r} -10.1 \\ +\ 9.43 \\ \hline 2\,\overline{)\,-\ 0.67} \\ \hline -\ 0.335 \end{array}$$

（零点再チエック）

6. 次に左皿と右皿に各々10gの分銅をのせて，操作手順3と同じようにして静止点を求める。但し，その場合，静止点を−0.3〜0.35までの範囲にあるようにした。

data. 6.

左	右
	+ 9.7
− 10.1	
	+ 9.5
− 9.9	
	+ 8.9

$$2\,\overline{)\,-20.0\,} \quad -10.0 \qquad\qquad 3\,\overline{)\,+28.1\,} \quad +\ 9.37$$

$$\begin{array}{r} -\ 10.0 \\ +\ \ 9.37 \\ \hline 2\,\overline{)\,-\ \ 0.63} \\ \hline -\ \ 0.315 \end{array}$$

（静止点）

7.　操作手順４と同様に一方の皿に１mgの過剰荷重を加えてこの時の静止点を求める。

data. 7.

左皿に 1mg の過剰荷重を加えた場合

左	右
	+5.5
−2.2	
	+5.2
−2.1	
	+5.1

$2\overline{)\,-4.3\,}$ 　 -2.15

$3\overline{)\,+15.8\,}$ 　 $+5.27$

-2.15
$+5.27$
$2\overline{)\,+3.12\,}$ 　 $+1.56$

左感度　$S_{10}^{l} = +1.56-(-0.315)$

$= 1.875$ 目盛／(mg)

右皿に 1mg の過剰荷重を加えた場合

左	右
	+1.9
−7.2	
	+1.5
−7.0	
	+1.2

$2\overline{)\,-14.2\,}$ 　 -7.1

$3\overline{)\,+4.6\,}$ 　 $+1.53$

-7.1
$+1.53$
$2\overline{)\,-4.57\,}$ 　 -2.79

右感度　$S_{10}^{r} = -0.315-(-2.79)$

$= 2.475$ 目盛／(mg)

1.875
2.475
$2\overline{)\,4.35\,}$

平均感度　$S_{10} = 2.175$

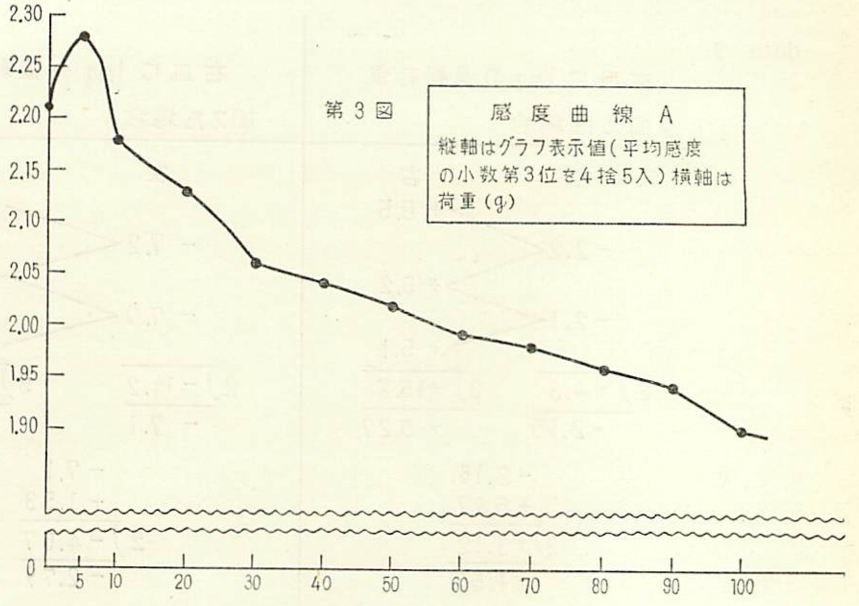
平均感度　$S_{10} = 2.175$ 目盛／(mg)

8.　分銅を取り除いて零点の再チェックをやる。以下同様にしてやった結果を下表１に示す。

data. 8.　　第１表　各荷重に対する零点（零位点），静止点，感度の実測値

荷　重 (g)		0	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
零位点（10g以後は再チェック零位点）		−0.215	−0.215	−0.335	−0.28	−0.34	−0.23	−0.29	−0.32	−0.31	−0.30	−0.28	−0.21
静　止　点		−0.215	−0.2	−0.315	−0.27	−0.32	−0.22	−0.31	−0.31	−0.29	−0.305	−0.275	0.225
一方の皿に 1mgの分銅（過剰荷重）を加えたときの静止点	左	+1.98	+2.12	+1.56	+1.61	+1.44	+1.62	+1.42	+1.39	+1.37	+1.29	+1.28	+1.30
	右	−2.44	−2.43	−2.79	−2.64	−2.68	−2.45	−2.62	−2.59	−2.58	−2.64	−2.60	−2.49
左感度（目盛板上に読まれた指針の静止点の移動）		2.195	2.32	1.875	1.88	1.76	1.80	1.73	1.69	1.66	1.595	1.555	1.525
右感度（　〃　）		2.225	2.23	2.475	2.37	2.36	1.80	2.31	2.29	2.29	2.335	2.325	2.265
平　均　感　度		2.210	2.275	2.175	2.125	2.060	2.035	2.020	1.990	1.975	1.960	1.940	1.895
グラフ表示値		2.21	2.28	2.18	2.13	2.06	2.04	2.02	1.99	1.98	1.96	1.94	1.90

前表のグラフ表示値（平均感度の小数第3位を4捨5入）により感度曲線を描くと下のようになる。



第3図からわかるように荷重が増加するにつれて感度は減少すると言える。

上表の関係から荷重0の場合1mgに対して静止点が2.21目盛だけ移動したのであるから，静止点を1目盛移動させるためには

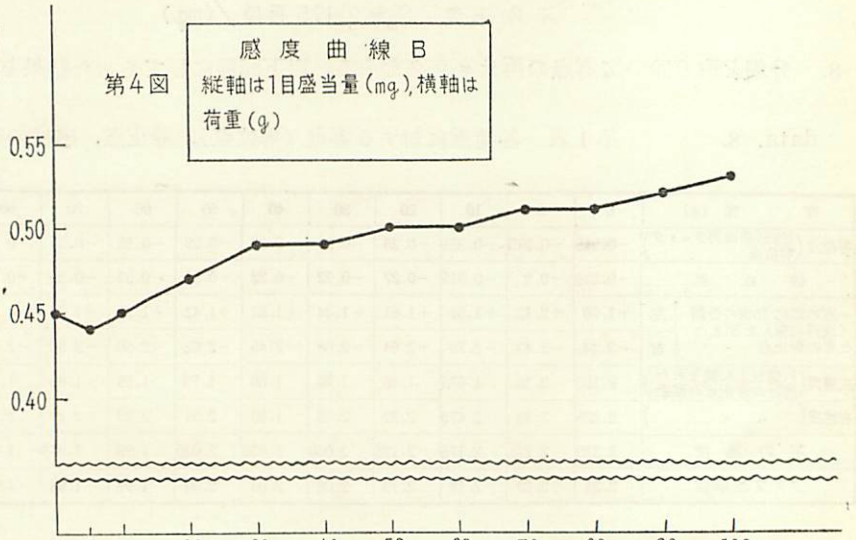
$$\frac{1}{2.21}=0.45\text{mg}$$

同様に各荷重における1目盛に相当する重量を計算すると次のとおりとなる。

data. 9　　第2表　各荷重における1目盛相当重量（1目盛当量）数

荷　重(g)	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
平均感度	2.210	2.275	2.175	2.125	2.060	2,035	2.020	1.990	1.975	1.960	1.940	1.895
1目盛当量（mg）	0.45	0.44	0.45	0.47	0.49	0.49	0.50	0.50	0.51	0.51	0.52	0.53

又，上表の関係をグラフに書くと右図のようになる。



総 括 と 考 察

一度，感度曲線を求めておけば，秤量操作は非常に，簡単に，しかも正確に行なうことができる。分銅は原則として10mgまでを使用し，以下は「ライダー」を用いて秤量する。(7,9,10)

感度曲線Bによる秤量法

いま，荷重と分銅を殆んどつり合わせたところ，分銅と「ライダー」の読みが 20.581 g となり，指針の静止点が 1.20であったとする。

なお，この天秤の零点は−0.65であった。

零点＝−0.65

零点からのずれ 1.20−（−0.65）＝1.85

表2及び第4図から1目盛だけ移すに要する重量は 0.47mg であるから，この物体の重さは，

20.581g＋（0.47×1.85）mg＝20.58187g

となる。

以上，感度曲線Bを使っての測定例を示した。

検 討

I．装置に関する検討

P226第2図において化学天秤が特定の質量（M_0 とする）に対してK，K_1，K_2が一直線上にあるように設計されているとすれば$M<M_0$，$\alpha<0$ であるからP226の(2)式よりMの増加につれてSは増す。$M>M_0$ となれば$\alpha>0$ であるから，Mの増加につれてSは低下する。(11)

data 8からこのことは明白である。

$M=M_0$ のときSは極大となる。$M_0=0$ ならばSはMと共に一方的に低下する。(11)

II．実験方法に関する検討

感度を高めるにはP226の(2)式よりわかるようにℓを大きく，Wとhを小さくすればよい。このために beam は架構状に作られているのであるが，それでもℓを大きくすると撓みが利いてくるためWを増さねばならず，また温度による膨脹も利いてくるから，ℓを大にWを小にすることは限度がある。また beam の振動は減衰振動であるが，近似的には剛体の単振動とみなせるから，その周期Tは，

$$T \fallingdotseq 2\pi\sqrt{\frac{kG^2+h^2}{gh}}$$

で与えられる。

ここでKGはGのまわりの回転半径，gは動力の加速度である。hを小さくすればTは大きくなるので，Tを実験に適当な10〜15sec とするには，hを小さくするにも限度がある。(11)

III．分銅に関する検討

精密な測定にはどうしても分銅の検査（calibration）が必要である。

検査法には分銅相互間の関係値を求める方法と絶対値を求める方法の二つがある。(1)

a．関係値検査法

定量分析の結果は通例百分率として要求されるのであるから，各分銅相互間の関係が正確に分明していれば１回の分析を通じてこの同じ分銅を使用する限りにおいては各絶対値を知る必要はない。

例えば標記 10g と記したものは標記 5g と記したものの正確に２倍であるかあるいは２倍よりも大小があれば差額が幾何であるかということがわかっていればよいのである。

即ち，求めるものが％なる割合（比）であるから標記10g は絶対的正確に10g である必要はなく，例えそれが10匁であっても各分銅の標記重量が皆ある１個の分銅を基本としてその倍数を示しかつその誤差がわかっている限り差支えない。

何故かと言うと試料 100g中求めるものが10gあるとすれば含量は 10％であって，％は 100匁中10匁あっても同じであるからである。(14)

関係値検査法としてT. W. Richards の方法が広く用いられるからこれを以下に記す。

この方法の原理は一組の分銅中からある１個例えば0.01gのライダー〔以下(ラ)と略称する〕（10gの分銅でもよい）を取出しこれを基本として他の分銅を検査するにある。

分銅の混用を避けるために同じ標記の分銅には小刀で目印を附ける。例えば10g に２個あるから一方のものに，′標を附して 10′ のようにする。同様に 1，1′，1″，0.1，0.1′，0.01，0.01′ とする。そして計算上の数字と間違わぬようにまた次に述べる風袋用分銅と区別するために表わすのに標記数字をカッコに入れた記号例えば（10)，（10′）の如きを用うることにする。(14)

秤量は置換秤量法(後述）によって行う。(8,14) そのために風袋用の分銅の一組が必要である。この風袋用分銅は正確なものでなくとも差支えない。

まず，化学天秤の左皿に風袋用分銅の 0.01g を置き，（ラ）を右桿の10位に置く。そして振動法によって指針の静止点を定める。

次に（ラ）を取り去りその代りに（0.01）を右皿に置き，再び振動法によって指針の静止点の目盛差から，予め測定して置いたこの化学天秤の感度を用いて（ラ）と（0.01）との重量差を知ることができる。

例えば後者は前者よりも 0.00003g だけ重いと仮定すれば次の関係がある。

（0.01）＝（ラ）＋0.00003

次に（0.01）を取り去ってその代りに（0.01′）を置き再び静止点を定めれば前同様に（0.01）のときの静止点との目盛差と感度とから（0.01）と（0.01′）の重量差を求めることができる。

例えば次の関係があるとする。

（0.01′）＝（0.01）－0.00002

従って（0.01）に前式を代入して次の関係式が得られる。

（0.01′）＝（ラ）＋0.00003－0.00002＝（ラ）＋0.00001

今度は左皿の風袋用分銅を 0.02g のものと取換え，右皿には（0.01）を追加して（0.01）と（0.01′）の２個を置き，前回同様振動法によって静止点を定め，そして右皿の２個の分銅の代りに（0.02）を置き，静止点を定め，前後の静止点の差から（0.02）と（0.01）＋（0.01′）との重量差を算出する。

例えば次の関係があるとするとする。

（0.02）＝（0.01）＋（0.01′）－0.00002＝2（ラ）＋0.00002

さらに進んで左皿を0.05gの風袋用分銅に換え，右皿を（0.02）＋（0.01）＋（0.01′）＋(ラ)（右桿10位に置く）に換えて前同様に静止点を定めてから右皿を（0.05）に換えて静止点を定めその差から両者の重量差を算出する。

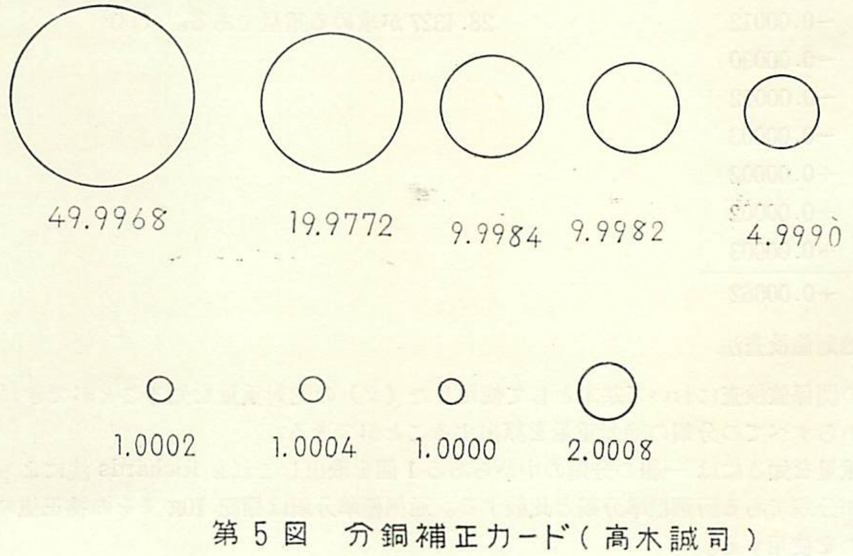
例えば次の関係があるとする。

（0.05）＝（0.02）＋（0.01）＋（0.01′）＋（ラ）−0.00003
＝2（ラ）+0.00002+（ラ）+0.00003
＋（ラ）+0.00001（ラ）−0.00003＝5（ラ）+0.00003

以下逐次各分銅について次の組合せで関係式を求める。

（0.1）と（0.05）＋（0.02）＋（0.01）＋（0.01′）＋（ラ）
（0.1′）と（0.1）
（0.2）と（0.1）＋（0.1′）
（0.5）と（0.2）＋（0.1）+0.1′）＋（0.05）＋（0.02）＋（0.01）＋（0.01′）＋（ラ）
（1）と（0.5）＋（0.2）＋（0.1）＋（0.01′）＋（0.05）＋（0.02）＋（0.01）＋（0.01′）＋（ラ）
（1′）と（1）
（1″）と（1′）
（2）と（1）＋（1′）
（5）と（2）＋（1）＋（1′）＋（1″）
（10）と（5）＋（2）＋（1）＋（1′）＋（1″）
（10′）と（10）
（20）と（10）＋（10′）
（50）と（20）＋（10）＋（10′）＋（5）＋（2）＋（1）＋（1′）＋（1″）
（100）と（50）＋（20）＋（10）＋（10′）＋（5）＋（2）＋（1）＋（1′）＋（1″）

上記の関係式はすべて（ラ）を基本とする式へ誘導できるからもしも（ラ）が正確に0.01000g



第5図　分銅補正カード（高木誠司）

あるものと仮定すればすべての分銅の重量を算出することができる。

例えば（0.05）は 5 ×0.01000＋0.00003＝0.5003g である。

従ってこの（0.05）なる分銅を秤量に使用するときには標記重量との差＋0.00003g宛の補正を加えなければならない。

各分銅について第5図のような補正カードをつくり，箱の内面にはめ込んで置くとよい。

また第3表のような補正表を作成して置けば便利である。

(0.01)	+0.00003	(1)	−0.000030
(0.01′)	+0.00001	(1′)	+0.00026
(0.02)	+0.00002	(1″)	−0.00040
(0.05)	+0.00003	(2)	+0.00012
(0.1)	−0.00003	(5)	+0.00040
(0.1′)	+0.00002	(10)	+0.00009
(0.2)	−0.00012	(10′)	−0.00036
(0.5)	+0.00023	(20)	+0.00048
		(50)	−0.00028
		(100)	+0.00035

第3表　　分銅補正表（ライダ基本）（高木誠司）

補正表の使用法

使用した分銅の標記重量の和に各分銅の補正値の代数的和を代数的に加えるのである。

例えば標記で 28.4321g あるときこれに用いた分銅は

(20) ＋ (5) ＋ (2) ＋ (1) ＋ (0.2) ＋ (0.1) ＋ (0.1′) ＋ (0.02) ＋ (0.01)

であって残りは（ラ）を用いたとすると各分銅の補正値（第3表による例を書く）の代数的和は次のようになる。

+0.00048
+0.00040
−0.00012
−0.00030
−0.00012
−0.00003
+0.00002
+0.00002
+0.00003
――――――
+0.00062

即ち，ここに得られた＋0.00062を標記重量 28.4321 に加えると 28.43272 となる。最後の桁を四捨五入した 28.4327 が求める重量である。(14)

b．絶対値検査法

前項の関係値検査において基本として使用した（ラ）の絶対重量を知ることができれば前掲の関係式からすべての分銅の絶対重量を算出することができる。

絶対重量を知るには一組の分銅の中からある1個を取出しこれを Richards 法によって絶対重量既知の分銅である所謂標準分銅と比較する。通例標準分銅は標記 10g でその補正値のわかっているものを使用する。

例えばこれと比較したときに前記の1組の分銅の中（10）の絶対重量が10.00025gであったとすれば（10）の関係値は前掲補正表（第5表）によって10.00009gであるから他の分銅の関係値Rを絶対値に訂正するには次の比例式に従ってAを求めればよいのである。

$$10.00009 : 10.00025 = R : A$$

$$A = \frac{10.00025}{10.00009} \times R$$

前項と同様にこのAと標記との差が補正値になるのである。

Ⅵ　秤量法に対する検討

秤量法には直接法，Gauss の二重秤量法， Borda の置換秤量法等があるが，このうち直接法が定量分析に普通に用いられる。

1.　直接（秤量）法

秤量物の左に，分銅を右に載せることに一定して置く方法である。左利きの人はその反対でもよいが常に一定して置く。かくすれば秤桿の長さが左右等長でないときにも，重量比を求める場合には，その長さの相違が償却される。

定量分析の結果を百分率で表わす場合の如く真の重量を求める必要がない場合にはこの直接法で正しい結果が得られる。(1,2,3,8,9,11,14,22)

2.　Gauss の二重秤量法

秤桿の等長でない場合に真の重量を求めるために秤量物と分銅を入れ換えて二重に秤り結果の平均値を求める方法である。

ℓを左桿の長さとし，rを右桿の長さとし，重さMの物体を左皿に，重さW_1の分銅を右皿に載せて釣合わしたとすれば $M\ell = W_1 r$ である。

次に同じ物体を右皿に，重さW_2の分銅を左皿に載せて釣合わしたとすれば$Mr = W_2\ell$であるから，この2式を辺々相乗すれば$M^2\ell r = W_1 W_2 \ell r$なり，従って

$$M^2 = W_1 W_2 \qquad \therefore M = \sqrt{W_1 W_2}$$

さて，W_1とW_2との差は極めて小さいからこの幾何平均を次の算術平均に等しいと置いてもその誤差は極めて小さいから差支えない。(1,2,3,8,9,11,14,15,19,22)

$$M = \frac{1}{2}(W_1 + W_2)$$

3.　Borda の置換秤量法

Gauss の方法に似ているが，少し違う。やはり秤桿が等長でないときに真の重量を求めるために用いられる。

重さMの物体は左右何れか1方例えば右皿に，分銅mまたは風袋（例えばフラススに散弾または砂を入れたもの）を左皿に載せて釣合わした後，物体を去り分銅Wを置換して再び釣合わしたとすれば，$m\ell = Mr$, $m\ell = Wr$, であるから次式を得る。

$$M = W$$

即ち，桿の長さに無関係に秤量物の重さがWであることがわかる。この方法は分銅の検査に用いられている。(1,2,3,8,11,14,15,19,22)

V　空気の浮力補正に関する検討

空中の重量に換算する方法

空気中で秤量すれば Archimedes の原理（11,14,15,18,21）によって物体はその排除する空気の重量に相当する浮力を受ける。従って分銅と秤量物とが同体積を占める場合の他は両者の受ける浮力が異るから浮力に基ずく秤量誤差を生ずる。この誤差は一般に甚だ小さいから通例の定量分析において無視して宜しいが原子量及び密度の測定並に量器の検定等のような精密実験においては無視することができない。

しかし次のように浮力に対する補正を行えば空気中の重量から真空中の重量を算出することができるのである。

秤量物の真空中の重量をWg，その空気中の重量をwgとし，また，秤量物の比重をD，分銅の比重をd，空気1ccの重量をλgとする。

さて，秤量物の空気中の重量は秤量の際に釣合った分銅の表記重量（真空中の重量）wg で表わされる。

秤量物の体積は$\frac{W}{D}$であるからこれに働く浮力（11,14,15,18,21）は$\frac{W}{D}\lambda$gであって，また分銅の体積は$\frac{w}{d}$で，これに働く浮力は$\frac{w}{d}\lambda$gである。

さて，真空中の重量から浮力を引いたものが物体の空気空気中の重量であるから

$$\text{秤量物の空気中の重量} = W - \frac{W}{D}\lambda$$

$$\text{分銅の空気中の重量} = w - \frac{w}{d}\lambda$$

そしてこれ等両重量は釣合ったのであるから

$$W - \frac{W}{D}\lambda = w - \frac{w}{d}\lambda$$

$$W = \frac{W}{D}\lambda = w - \frac{w}{d}\lambda$$

従って　　　$$W = w + \left(\frac{W}{D}\lambda - \frac{w}{d}\lambda\right)$$

しかるにカッコ内の値はwに比して甚だ小さい値であって，かつwは殆んどWと相等しいから，カッコ内においてのみW＝wと置けば

$$W = w + w\left(\frac{\lambda}{D} - \frac{\lambda}{d}\right)$$

となり$w\left(\frac{\lambda}{d} - \frac{\lambda}{d}\right)$は即ち空気中の重量を真空中の重量に換算するに要する補正項である。

従ってまた$\frac{\lambda}{D} - \frac{\lambda}{d}$は補正係数であってこれを$\frac{K}{1000}$と置けばKはmg数で表わされることになり，かつこのKの値は各種材料の分銅並に各種の比重の物体について測定されているからこれを使用すれば換算が簡単に行える。即ち，次の式を使う。

$$W = w + \frac{w \cdot K}{1000}$$

第6表　補 正 係 数 の K の 表

但しλ=0.0012 (3,14,21) とする。

(Standard density and volumetric tables, Circular №. 19, U.S. Bureau of Standards, 1924)

秤量物の比重	白金分銅 白金イリジューム分銅	(真鍮) 分銅 しんちゅう	石英分銅 アルミニューム分銅
D	d=21.5	d=8.4	d=2.65
0.5	+2.35	+2.26	+1.95
0.6	+1.95	+1.86	+1.55
0.7	+1.66	+1.57	+1.26
0.8	+1.45	+1.36	+1.05
0.9	+1.28	+1.19	+0.88
1.0	+1.14	+1.06	+0.75
1.1	+1.04	+0.95	+0.64
1.2	+0.94	+0.86	+0.55
1.3	+0.87	+0.78	+0.47
1.4	+0.80	+0.72	+0.40
1.5	+0.74	+0.66	+0.33
1.6	+0.69	+0.61	+0.30
1.7	+0.65	+0.56	+0.25
1.8	+0.61	+0.52	+0.21
1.9	+0.58	+0.49	+0.18
2.0	+0.54	+0.46	+0.15
2.5	+0.42	+0.34	+0.03
3.0	+0.34	+0.26	−0.05
3.5	+0.29	+0.20	−0.11
4.0	+0.24	+0.16	−0.15
4.5	+0.18	+0.10	−0.21
5.0	+0.18	+0.10	−0.21
6.0	+0.15	+0.06	−0.25
7.0	+0.12	+0.03	−0.28
8.0	+0.10	+0.01	−0.30
9.0	+0.08	−0.01	−0.32
10.0	+0.06	−0.02	−0.33
11.0	+0.05	−0.03	−0.34
12.0	+0.04	−0.04	−0.35
13.0	+0.04	−0.05	−0.36
14.0	+0.03	−0.06	−0.37
15.0	+0.02	−0.06	−0.37
16.0	+0.02	−0.07	−0.38
17.0	+0.01	−0.07	−0.38
18.0	+0.01	−0.08	−0.39
19.0	+0.01	−0.08	−0.39

20.0	0.00	−0.08	−0.39
21.0	0.00	−0.09	−0.40
22.0	0.00	−0.09	−0.40
23.0	0.00	−0.09	−0.40
24.0	−0.01	−0.09	−0.40

（高木誠司）

上表を使った計算例

（1）空気中でしんちゅう製分銅をもって秤量した水 100.0000gは真空で何gか。

水の比重を 1.0とし，補正係数を利用して計算すればK＝＋1.06であるから

$$W = 100.0000 + \frac{+1.06 \times 100}{100} = 100.106\mathrm{g}$$

又，上表を使わずに計算によって求める例をあげると，(3)

If a platinum crucible weighs 15.6954g in the air with brass weighs, what would the crucible weigh in a vacum? In this case, $p=15.6954$, $d_2=8.4$, and $d_1=21.4$. substituting these values in the formula we have

$$P_0 = P + \left(\frac{P_0}{d_1} - \frac{p}{d_2}\right)\rho = 15.6954 + \left(\frac{15.7}{21.4} - \frac{15.7}{8.4}\right)0.0012$$

$$= 15.6954 + (0.734 - 1.87)\ 0.0012 = 15.6940\mathrm{g}$$

勿論上式の P_0 はW_1 Pはw，d_1はD，d_2はd，ρはλに当っている。（P238参照）

結　　論

本研究を終ってだいたい次のことが言えると思う。

1．化学天秤の感度を測定する時には従来の書物（7,8,10,12,14,16,17）に見られるように一方の側（多くの場合右側）にのみ1mgの過剰荷重を加えて，たびたび各荷重における感度を求めるやり方よりも，面倒でも data 4，data 7，data 8，に見られるように左感度，右感度を別々に求めてその平均をその荷重の感度（著者は平均感度と名付けた）とした方が感度曲線の作成上においては極めて能率的かつ手っとり早い方法だと思われる。

2．各化学天秤の零位点，静止点，感度は皆それぞれ多少違っているから正確な秤量の場合には必ず感度曲線をつくっておかなければいけない。

3．荷重10g以上の場合の感度測定においてはそのつど両皿を空にして零点の再チェックをやることが必要だと思う。

文　　献

1）東大教養学部化学教室編（1965）化学実験　東京大学出版会　53〜56

2）コールラウシュ（1957）実験物理学　第1巻　146〜147

3）Analytical Chemistry Vol 2. Treadwell & Hall, 1936. 11 th printing 1〜20

4）Lunddell, E. F. and Hoffman, J. I.: Qutline of Methods of Chemical Analysis, 1939

5）Scott W.W.: Standard Methods of Chemical Analysis Ⅰ，Ⅱ，1925

6）Fressenius, R. und Jander, G.: Handbuch der Analytischen Chemie Ⅰ〜Ⅲ，1940

7）阿藤　質（1964）：基礎課程　化学実験法，培風館　83〜86

8）露木英男他（1959）：化学実験法，績文堂出版　87〜92

9）松浦二郎他（1964）：分析化学大要　120～123
10）河村文一（1965）定性定量分析化学入門，昭晃堂　84～88
11）福本喜繁（1959）物理実験法，槙書店　24～27
12）関東工業化学教育研究会編　工業化学テキスト 1　73～75
13）川井清泰編（1964）化学英語読本，共立出版　96
14）高木誠司（1964）定量分析の実験と計算，第１巻，共立出版　44～60
15）武藤義一（1963）化学工業試験，実教出版　13～14，32～36
16）若桑光雄（1956）新物理学演習　上巻，文明堂
17）恩田式司（1958）生科学基礎，物理学，槙書店
18）林　太郎（1954）化学の研究，旺文社　10～13
19）鮫島実三郎　物理化学実験法
20）金沢秀夫他（1965）物理，学生社　31
21）玉虫文一他（1964）理化学辞典
22）吉田卯三郎他（1959）物理学実験，三省堂　37～45

The synthetic study on sensitivity curve of analytical balance

Akio Sekine

Course of industrial chemistry, Teikyo technical high school teacher.

Structure of analytical balance :

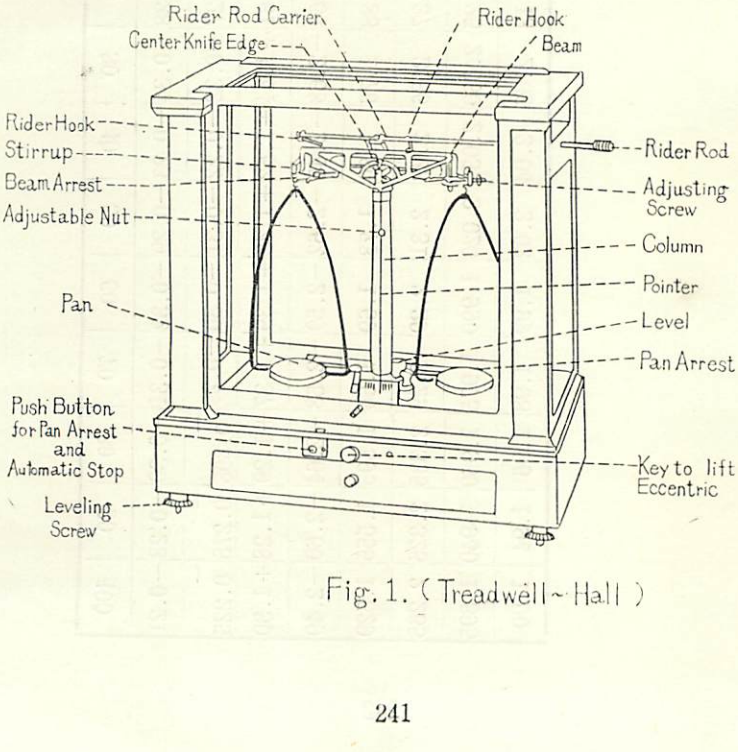


Fig. 1. (Treadwell ~ Hall)

The result oftained in experiments are summarized as follows:

data. 1.

Load in grams		0	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Zero point (thereafter 10grams. it is checked again.)		−0.215	−0.215	−0.335	−0.28	−0.34	−0.23	−0.29	−0.32	−0.31	−0.30	−0.28	−0.21
rest point		−0.215	−0.2	−0.315	−0.27	−0.32	−0.22	−0.31	−0.30	−0.29	−0.305	−0.275	−0.225
the rest point is displaced when an excess weight of 1 mg is put on one side pan	Left	+1.98	+2.12	+1.56	+1.61	+1.44	+1.62	+1.42	+1.39	+1.37	+1.29	+1.28	+1.30
	Right	−2.44	−2.43	−2.79	−2.64	−2.68	−2.45	−2.62	−2.59	−2.58	−2.64	−2.60	−2.49
left sensitivity (number of scale divisions)		2.195	2.32	1.875	1.88	1.76	1.80	1.73	1.69	1.66	1.595	1.555	1.529
right sensitivity (〃)		2.225	2.23	2.475	2.37	2.36	2.23	2.31	2.29	2.29	2.335	2.325	2.265
average sensitivity		2.210	2.275	2.175	2.125	2.060	2.035	2.020	1.990	1.975	1.960	1.940	1.895
the number of scale dvisions that displaced by graph		2.21	2.28	2.18	2.13	2.06	2.04	2.02	1.99	1.98	1.96	1.94	1.90

Table 1